

Die Grenzen von AL und Prädikate und Individuenterme

Nachdem wir uns letzte Woche noch mit AL und dem natürlichen Schließen in ihr beschäftigt haben, folgt diese Woche der vorausgesagte Übergang zur Prädikatenlogik (PL). Letztere ist eine Erweiterung der AL, die Sätze anhand ihrer Prädikat-Individuenterm-Struktur und Quantor-Skopus-Struktur analysiert. Zu Beginn des Kapitels wird der Unterschied deutlich: Während wir in AL den Satz „Max ist Pedant.“ (auf der Metaebene) nur mittels einer (Meta-)Variable wie χ repräsentieren können, ist es in PL möglich, den selben Satz durch $PEDANT(max)$ zu repräsentieren. Die Grundlage dafür bezeichnen wir als Prädikat-Individuenterm-Struktur, welche hier zwischen dem Prädikat $PEDANT$ und dem Individuenterm max besteht. Ein Satz wie „Alle Logiker sind Pedanten.“ (in AL lediglich ϕ) hat in PL einen noch ausgefeilteren Aufbau: $\forall x[LOGIKER(x) \rightarrow PEDANT(x)]$. Hier haben wir nicht nur eine Prädikat-Individuenterm-Struktur durch $LOGIKER(x)$ und $PEDANT(x)$, sondern auch eine Quantor-Skopus-Struktur durch den Allquantor $\forall x$ („Für jedes x gilt: ...“) am Beginn des Ausdrucks.

Damit haben wir nun bereits Prädikate und Individuenterme erwähnt und vorausgesetzt, dass ihre Bedeutung bekannt ist. **Individuenterme**, die das bezeichnen, worüber in Aussagen etwas ausgesagt wird, notieren wir mit Konstanten oder Variablen für Individuen. *Individuenkonstanten*, für die wir die Kleinbuchstaben (a, b, c, \dots) verwenden, sind im Gegensatz zu Individuenvariablen „in ihrem Bezug festgelegt.“ Für *Individuenvariablen* verwenden wir in der Regel die letzten Kleinbuchstaben des Alphabets (x, y, z, \dots). **Prädikate**, die das bezeichnen, was in Aussagen über etwas ausgesagt wird, notieren wir mit *Prädikatskonstanten*. Dafür verwenden wir Großbuchstaben mit einem optionalen Index (P^n, Q^n, R^n bzw. P, Q, R), der die Stelligkeit des Prädikats angibt.

Was ist das Prädikat im natürlichsprachlichen Satz „Hans ist Anna ähnlicher als Fritz Maria.“? Im Skript ist es bereits hervorgehoben, es lautet *ist ähnlicher als*. Wieso ist dieses Prädikat in „Hans *ist* Anna *ähnlicher als* Fritz Maria.“ nun ein 4-stelliges Prädikat? Klar: „Hans *ist* Anna *ähnlicher als* Fritz Maria.“ Aber ich könnte doch auch Maria weglassen und sagen: „Hans *ist* Anna *ähnlicher als* Fritz.“ In unserer natürlichen Sprache wäre das problemlos möglich, weil wir die Stelligkeit von Prädikaten vor ihrem Gebrauch nicht explizit angeben – sie kann normalerweise aus dem Kontext eindeutig entnommen werden. In PL wollen wir genauer sein. Wenn wir das Prädikat *ist ähnlicher als* als 4-stellig definieren, dann benötigt es genau vier Argumente, um die vier Stellen zu füllen. Wenn wir es als 3-stellig definieren, dann kann es analog nur genau drei Argumente entgegennehmen. Auf der semantischen Ebene wird der Unterschied deutlich: Als 4-stelliges Prädikat vergleicht der Ausdruck die Ähnlichkeit zweier Personen mit der Ähnlichkeit von zwei weiteren Personen, während er als 3-stelliges Prädikat die Ähnlichkeit einer einzelnen Person im Vergleich zu zwei anderen ausdrückt.

Die Form des PL-Ausdrucks $PEDANT(x)$ bezeichnen wir als Aussageform. Aus einer Aussageform ϕ können wir eine Aussage ϕ' formen, „wenn für jede Individuenvariable in G eine Individuenkonstante eingesetzt (substituiert) wird.“ Ersetzen wir die Variable x durch die Konstante max , so nennen wir $PEDANT(max)$ eine Aussage. Mittels unserer fünf Konnektoren aus AL können wir aus einer einfachen Aussage(form) eine komplexe Aussage(form) bilden, um etwa natürlichsprachliche Sätze wie „Max ist Linguist oder Logiker.“ zu symbolisieren: $LINGUIST(max) \vee LOGIKER(max)$ bzw. $P^1(m) \vee Q^1(m)$. Letzteres setzt voraus, dass $P^1(x)$ „ x ist Linguist“, $Q^1(x)$ „ x ist Logiker“ und m „Max“ heißt. Durch solch eine Symbolisierung ist der natürlichsprachliche Satz in seiner logische Form (LF). Um auch den semantischen Wert einer Aussage zu erhalten, müssen wir uns schließlich mit den **Wahrheitsbedingungen von einfachen Aussagen** beschäftigen. Wir benötigen die Denotation der verwendeten Ausdrücke, um eine Aussage über den semantischen Wert treffen zu können. Damit unser Satz $P^1(m) \vee Q^1(m)$ wahr ist, muss $\llbracket P^1(m) \vee Q^1(m) \rrbracket = 1$, d.h. $\llbracket P^1(m) \rrbracket = 1$ oder $\llbracket Q^1(m) \rrbracket = 1$, also muss $\llbracket m \rrbracket \in \llbracket P^1 \rrbracket$ oder $\llbracket m \rrbracket \in \llbracket Q^1 \rrbracket$. Konkret muss m ein Element der Menge der Individuen sein, welche die mit P^1 oder Q^1 bezeichnete Eigenschaft (Linguist bzw. Logiker zu sein) haben, damit die Aussage wahr ist.

Diese Woche ist lediglich eine Übungsaufgabe zu bearbeiten. Du sollst für natürlichsprachliche Sätze entsprechende PL1-Repräsentationen angeben, d.h. die LF der Sätze. Hierbei ist wichtig, dass du deine Zuordnung von prädikatenlogischen Individuentermen und Prädikatskonstanten zu natürlichsprachlichen Individuen- und Prädikatsausdrücken benennst und auch die Stelligkeit der zugeordneten Prädikatskonstanten anführst.