

Formalia und Einführung

Eine besondere Situation wie diese, die vorerst keine Präsenzveranstaltungen erlaubt, verlangt alternative Möglichkeiten der Lehre. Ich bin überzeugt, dass neue Formen des Erarbeitens von Wissen, die wir nun verstärkt nutzen (oder auch erstmals ausprobieren), einen positiven Effekt auf die Lehre an Universitäten insgesamt haben können. Persönlich halte ich nicht so viel davon, nun einfach alle Veranstaltungen in gleicher Form in Videokonferenzen durchzuführen, weil sie oft nicht wirklich partizipativ sind und auch die individuellen Bedürfnisse der Studierenden außer Acht lassen. Meines Erachtens gibt es insbesondere im Bereich der mathematischen Linguistik geeignetere Alternativen, die vielleicht sogar das bisherige Konzept der klassischen Kombination aus Seminar und Tutorium übertrumpfen. *Per aspera ad astra*; auf rauem Wege zu den Sternen.

Jens Michaelis und ich haben uns entschieden, Formale Methoden 2 während der Einschränkungen ohne regelmäßige Videokonferenzen oder sonstige feste Online-Treffen zu veranstalten, stattdessen wollen wir die vielfältigen Möglichkeiten des LernraumPlus (Moodle) ausschöpfen. Für das Tutorium habe ich einen zusätzlichen (und für Michaelis nicht sichtbaren) Studienraum eröffnet, der als informelles Forum dienen soll, in dem ich einerseits wöchentlich Material hochlade und das andererseits die Möglichkeit bieten soll, öffentlich Fragen zu stellen und zusammen zu diskutieren. Anstatt Präsentationen hochzuladen, die meiner Ansicht nach nur Sinn machen, wenn sie *präsentiert* werden, probiere ich mich an Texten dieser Form aus, in denen ich möglichst umgangssprachlich versuche, die Inhalte des Seminars zu vertiefen. Außerdem werde ich die im Forum aufkommenden Fragen zeitnah versuchen zu beantworten. Falls Du eine Frage nicht öffentlich stellen möchtest, kannst du mich auch über E-Mail erreichen. Insgesamt möchte ich dich jedoch ermutigen, das Forum intensiv zu nutzen, weil es eine *gemeinsame* Plattform ist, auf der wir *zusammen* arbeiten können.

In Formale Methoden 1 haben wir Mengen, Relationen und Sprachen betrachtet. Wir sind von der Mengenlehre über formale Sprachen und reguläre Sprachen zu den kontextfreien Sprachen gelangt. In Formale Methoden 2 geht es um Logik. Wir starten mit der Aussagenlogik, die uns weiter zur Prädikatenlogik führt. Die Grundlage dafür liefert uns Johannes Döllings Skript „Logik für Linguisten“, das er 2010 für seine Vorlesung an der Universität Leipzig entworfen hat. Michaelis hat sich dazu entschieden, erstmals auch an der Universität Bielefeld dieses Skript zu verwenden. Damit kehrt er ab von dem Skript von Marcus Kracht, das ich in der Beschreibung des Lernraums verlinkt habe. Kracht ist Professor für theoretische Computerlinguistik und mathematische Linguistik an dieser Fakultät. Leider kann er aus gesundheitlichen Gründen nicht mehr selbst Formale Methoden lehren, so dass er seit ein paar Semestern von Michaelis vertreten wird. Wenn du magst, kannst du dir Krachts Skript zur Vertiefung der Inhalte genauer anschauen oder

auch nur die (teils recht amüsant geschriebenen) Texte überfliegen. Der Aufbau und die konkreten Definitionen und Aufgaben sind zwar teilweise unterschiedlich, aber die Themen sind im Grunde genommen identisch.

Wie üblich, kannst du für dein Engagement in Formale Methoden eine Studienleistung erhalten. Dafür musst du die wöchentlichen Übungsblöcke bearbeiten, die im Moodle nach jeder Vorlesung (um 15:45 Uhr) veröffentlicht werden. Die Abgabe kann spätestens bis zum Beginn der nächsten Vorlesung (14:15 Uhr) erfolgen. Nach Ablauf der Abgabefrist schaue ich mir alle Einreichungen an und bewerte sie direkt im Moodle. Du bekommst eine Mail mit einem Hinweis, wenn ich eine Aufgabe von dir bewertet habe. In der Regel kannst du maximal vier Punkte pro Aufgabe erreichen. Dir steht offen, ob du den Editor im Lernraum benutzt, um deine Ergebnisse einzureichen, oder den Datei-Upload, mit dem du eine Kopie deiner handschriftlich verfassten Bearbeitungen hochladen kannst. Persönlich empfehle ich dir, dass du dich für den zuerst genannten Editor entscheidest, der mit der verbreiteten LaTeX-Notation kompatibel ist.

Damit du leichter mit dem Editor und der besonderen Notation von Formeln zurecht kommst, habe ich ein Glossar erstellt, das du im Moodle im Block zum „Thema 0“ unter dem Namen „Sheet: Symbole in LaTeX-Notation (Notation verwendbar im Lernraum-Editor)“ findest. Das Glossar fasst all jene Zeichen zusammen, die in Formale Methoden zum grundlegenden Vokabular gehören, aber leider auf kaum einer Tastatur direkt zu finden sind. Im „Formelmodus“ des Editors, den du mit der Zeichensequenz $\backslash($ einschaltest und mit $\backslash)$ wieder ausschaltest, kannst du jedes Zeichen mittels der jeweils angeführten LaTeX-Notation verwenden. Konkret kannst du also (im Fließtext) $\backslash(\backslashnot (p \rightarrow \backslashnot p) \backslash)$ schreiben, um $\neg(p \rightarrow \neg p)$ darzustellen. Das hat den Vorteil, dass du relativ flüssig schreiben kannst, wenn du dir die wichtigsten Notationen einprägst (die sich in der Regel auch leicht herleiten lassen). Etwas umständlicher wird es, wenn du zum Beispiel einen externen Editor wie den unter <https://math.typeit.org/> hinzunimmst, mit dem du auf *Copy & Paste* zurückgreifen musst.

Das erste Thema der Einführung in diese Veranstaltung bilden (logische) Schlüsse, denn die Logik ist die Wissenschaft vom richtigen Schließen. Schlüsse sind ein Teil der formalen Semantik der natürlichen Sprache. Ein Satz wie „Felix ist ein gelber Papagei.“ beinhaltet eine **semantische Implikation**. Der Satz schließt der Bedeutung nach weitere Sätze mit ein, die nicht explizit benannt werden, aber implizit mitschwingen: „Felix ist gelb.“, „Felix ist ein Papagei.“ etc. Ferner können Sätze bedeutungsgleich sein, was wir auch aus der Alltagssprache gewohnt sind; etwa mit Synonymen können wir auf verschiedene Weisen (mehr oder weniger) genau dasselbe ausdrücken. Als **semantische Äquivalenz** bezeichnen wir also das Phänomen der Synonymie von Sätzen wie „Felix ist gelb und ein Papagei.“ und „Felix ist ein gelber Papagei.“

Zurück zur Relation der semantischen Implikation. Mit ihr können wir also von einem gegebenen Satz auf andere Sätze schließen, womit wir beim Schließen sind. Gültige **Schlüsse** bestehen aus Prämissen und einer Konklusion. Ein formal (oder logisch) gültiger Schluss liegt vor, wenn er einem gültigen Schlusschema entspricht. Ein **Schlusschema** ist die abstrahierten Form eines Schlusses, in der wir Inhalte durch Variablen ersetzen. Beispielsweise würde der Satz „Wenn es regnet, dann wird die Straße nass.“ in die Form „Wenn Φ , dann Ψ “ gebracht werden, wobei Φ im Grunde „es regnet“ und Ψ „die Straße ist nass“ bedeutet. Die Bedeutung einer spezifischen Variable bleibt in dem gesamten Schluss gleich. Ist also „Wenn Φ , dann Ψ “ unsere erste Prämisse und „ Φ “ unsere zweite Prämisse, dann heißt das in unserem Beispiel erstens „Wenn es regnet, dann wird die Straße nass.“ und zweitens „Es regnet.“ Ist die Konklusion „ Ψ “, dann ist deren Bedeutung in der Konsequenz „Die Straße ist nass.“ Wir könnten in diesem Schlusschema jeden anderen Inhalt für die Variablen einsetzen und der Schluss bliebe stets gültig.

Die Konklusion des soeben dargestellten gültigen Schlusses ist eine **logische Folgerung** der Prämissen. Die enthaltenen Sätze haben Bedingungen unter denen sie wahr sind. Unter der Bedingung, dass es regnet, ist der Satz „Es regnet.“ wahr. Analog ist der Satz „Die Straße ist nass.“ nur dann wahr, wenn die Straße nass ist. Genau dann, wenn „Die Straße ist nass.“ immer wahr ist, wenn „Es regnet.“ wahr ist, dann sagen wir, dass „Die Straße ist nass.“ aus „Es regnet.“ logisch folgt. Wörter wie *und* oder *oder* haben einen zentralen Einfluss auf die Wahrheitsbedingungen eines Satzes: „Es regnet *und* ich stehe auf der Straße“ sagt etwas anderes aus als „Es regnet *oder* ich stehe auf der Straße“. Solche Ausdrücke nennen wir **logische Konstanten** oder auch Operatoren. In der Aussagenlogik stehen uns Konnektoren (z.B. *nicht*, *und*, *oder*) als logische Konstanten zur Verfügung, während wir in der Prädikatenlogik der 1. Stufe zusätzlich Quantoren wie *jeder* oder *einige* als Operatoren erhalten.

Eine Bemerkung zum Schluss: Die formale Gültigkeit eines zugrunde liegenden Schlusschemas wird durch die Wahrheitsbedingungen nicht beeinflusst. Um zu wissen, ob das obige Schlusschema gültig ist, so schreibt Kracht in seinem Skript, „müssen wir nicht wissen, was passiert, wenn es nicht regnet. Dann ist ja die Prämisse falsch. Die Konklusion darf dann wahr oder falsch sein, es macht keinen Unterschied. Nur wenn die Prämisse wahr ist, muss auch die Konklusion wahr sein. Umgekehrt ist eine Schlussregel [d.h. ein Schlusschema, MH] ungültig, wenn die Prämisse wahr sein kann, ohne dass es die Konklusion auch ist.“ (S. 180)